УДК 656:658

Таган Е.Р., студентка гр. ТТмм–14–1
Научный руководитель: Трубицин М.Н., к.т.н., доцент кафедры управления на транспорте
(*Государственное ВУЗ «Национальный горный университет», г. Днипро, Украина*)

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ КОНТУРОВ В МАТРИЦАХ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧЕ И МЕТОДА СИЛ

Одним из наиболее распространенным приемом, используемым при решении задач линейного программирования (ЗЛП), и в частности транспортных задач (ТЗ), является метод определения возможности и самого построения циклов (контуров). Учитывая простоту и универсальность метода контуров, широкое применение ЗЛП в учебном процессе, наглядный физический смысл перевода объемов по контуру и автоматическое выполнение математических требований в методе, задача разработки компьютерного учебного пособия по построению контуров выглядит достаточно **актуальной**. Использование современной компьютерной графики и анимации позволит выполнить анализ получения решения ТЗ детально, наглядно и даже красочно.

Целью работы является разработка простого алгоритма построения единственного контура в матрице ЗЛП, для наглядного применения в учебном процессе. **Идея** состоит в последовательном исключении из рассмотрения строк и столбцов матриц ЗЛП, имеющим по одной занятой клетке, рис.1а. Доказательство математических выкладок (построение единственного контура, наличие контура в занятых клетках и др.) в работе заменено рассмотрением всех, возможных, в данном случае, примеров.

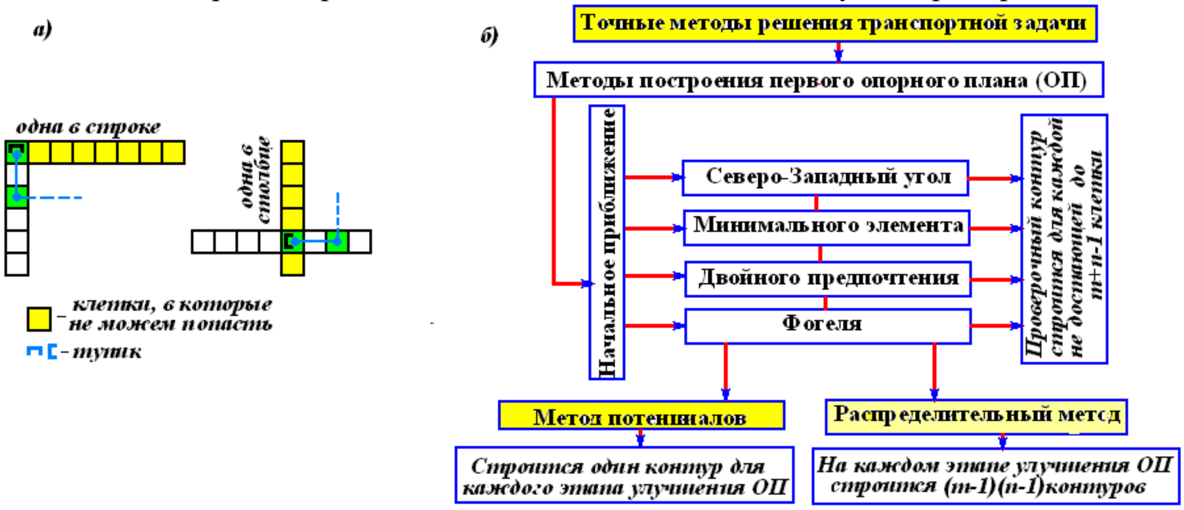


Рис. 1. а) принцип попадания в клетку «одна в строке» или «одна в столбце»;
б) многократность использования контуров при любом решении ЗЛП.

Состояние вопроса. Метод построения контуров применяется и при любом варианте решения ЗЛП, рис.1 б. По кратности его использования можно судить о сложности процесса нахождения экстремума и о (не-) удачном выборе первого опорного плана (ПОП) для сравнения различных методов. Поэтому задачу построения ПОП целесообразно выделить в обособленную и рассмотреть отдельно. При решении ЗЛП известными приближенными методами для подтверждения глобальности найденного решения опять необходимо использовать метод построения контуров или для уточнения потенциалов, или оценки свободных клеток.

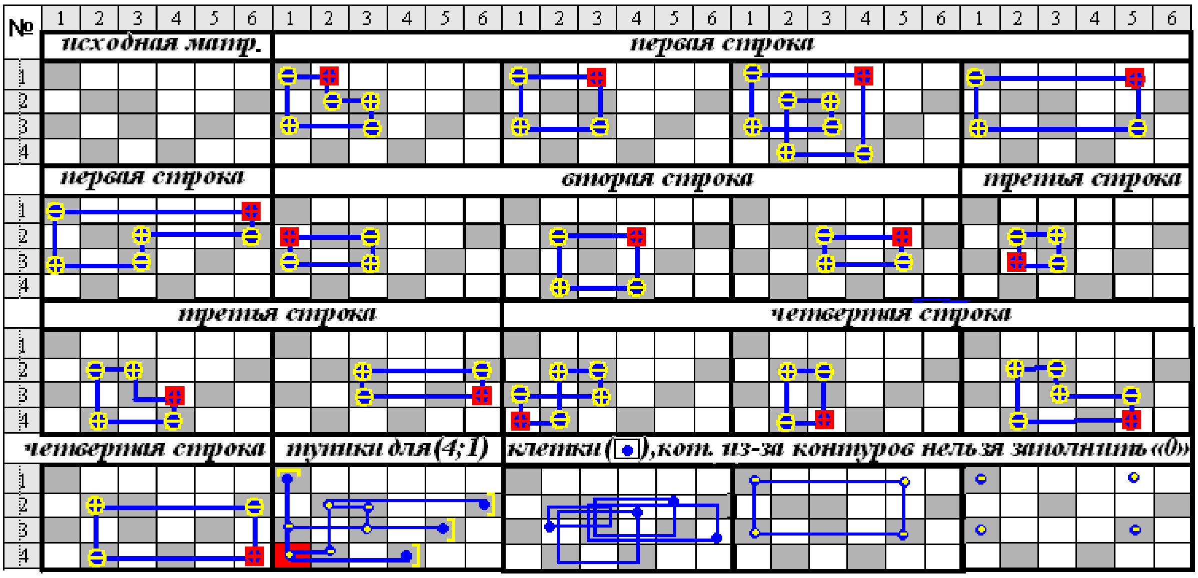
Материалы исследований. Использование контуров дает также возможность оценить по-новому действия с точками $m+n-1$ – мерного переменного (изменяемого) пространства, которое является проекцией $m \cdot n$ – мерного пространства неизвестных

ЗЛП, где $\boldsymbol{m}\text{x}\boldsymbol{n}$ – размеры матрицы тарифов. Снижение размерности пространства – в нашем случае уменьшение количества неизвестных, не смотря на одновременную их пошаговую замену, значительно уменьшает трудоемкость расчета.

Опуская строгие математические выкладки, рассмотрим на общем примере, табл. 1, единственность построений и обязательность существования контуров.

Таблица 1.

Построение контуров в произвольной матрице 4х6



Рассмотренная матрица 4х6, позволяет представить как усложнятся математические и логические действия при попытке построения кратчайшего пути (от ПОП до найденного экстремума) по вершинам $\boldsymbol{m}\bullet\boldsymbol{n}$ – мерного многогранника. Поэтому считаем, что единственным реальным вариантом графического сопровождения итераций и решения ТЗ в учебном процессе является именно метод контуров. Причем, графическое построение контура необходимо сопровождать обязательным нанесением вершин и линий (ребер) перемещения транспортируемых объемов, а не одних вершин, что сделано в известной программе OPTIMAL-2. Полное нанесение контура (ребра плюс вершины) однозначно является более наглядным, что очень важно в учебном процессе, см. последние две матрицы в табл. 1, особенно для сложных контуров, например, матрицы для клеток ***(1;2)***, ***(1;3)***, ***(3;2)***.

Компьютерная запись контура – проста и включает одни «координаты» вершин, с обязательным «замыканием» контура – первая и последняя вершины совпадают. В противном случае считается, что контур не построен. Примеры записей для первой строки, клетки ***(1;2)***, ***(1;3)***, ***(1;4)*** табл. 1 имеют вид:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{2} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{2} \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{3} & \mathbf{1} \\ \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{3} \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{4} & \mathbf{4} & \mathbf{2} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{4} & \mathbf{4} & \mathbf{2} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{2} \end{bmatrix}.$$

Алгоритм работает следующим образом:

1. определяем есть ли строки с 1 заполненной клеткой, «вычеркиваем» эти строки;
2. определяем есть ли столбцы с 1 заполненной клеткой, «вычеркиваем» эти столбцы, пп 1 и 2 повторяем нужное количество раз;
3. проверяем есть ли пустые строки или столбцы, если да, то контур построить нельзя, выход из алгоритма;
4. ищем оставшиеся пары вершин и заносим их в матрицу координат;
5. последняя вершина контура является первой, иначе контур не построен.

Использование принципа «один в строке, столбце» известно и для задач строительной механики – метод сил для ферменных конструкций, рис. 2а. Матрица жесткости такой фермы является слабо заполненной, рис.2б, и подлежит обращению.

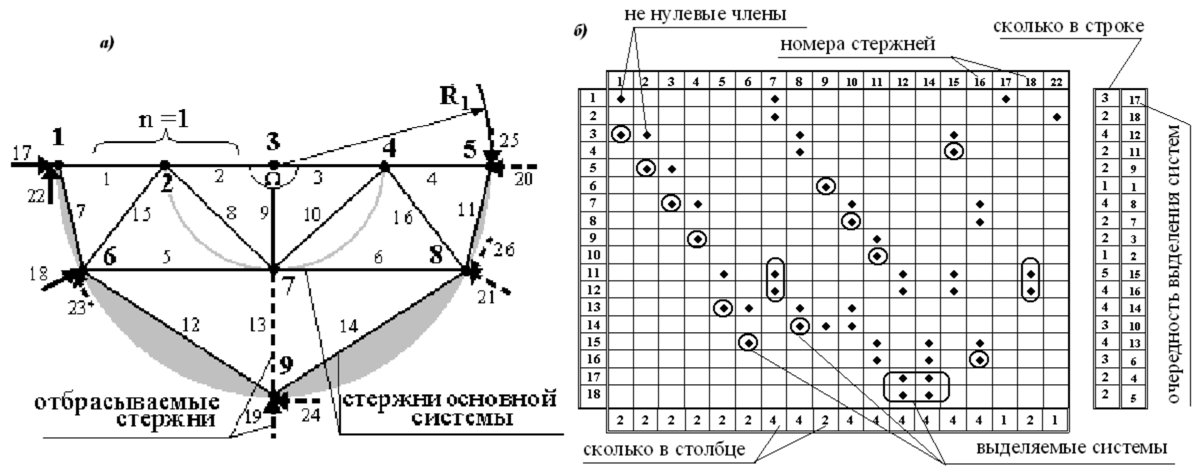


Рис. 2. Ферменная конструкция (а) и ее матрица жесткости (б) с выделенной последовательностью решения распадающихся малых систем

Выделение контуров 1x1 и 2x2 в матрице позволяет значительно упростить процесс обращения за счет последовательного решения систем линейных уравнений I-го и II-го порядков, рис. 2б. Физический смысл выделенной последовательности решения систем очевиден - последовательность присоединения очередного шарнира к статически определимой ферме: к шарнирам ***1-6*** присоединяются шарниры ***2; 7; 3; 4***; и т.д. Выделение контуров в ЗЛП говорит о переводе определенных объемов по контуру без нарушения условий (ограничений) с целью улучшения опорного плана.

Результаты исследований. Свойства распадающихся систем по принципу «один в строке, столбце» дает:

- упрощение сложных, громоздких задач с выделением строгой последовательности решения малых задач, относительно 1-2 неизвестных;
- разделение возможных критериев, факторов оптимизационных задач;
- определение физического или геометрического смысла последовательности задач – на приведенном примере реализации метода сил для ферменных конструкций имеем последовательность присоединения очередного шарнира;
- установление причин и места возникновения максимальной погрешности при значительном разбросе тарифов ТЗ.

Использование анимации значительно улучшает наглядность учебного пособия по решению ЗЛП. В наиболее простых вариантах имеется возможность покадрового присоединения к последней вершине контура ребра и следующей вершины, или средствами пакета MathCad строить контур с вершинами с заданной в клипе скоростью.

Общим недостатком разработанного алгоритма есть требование работы только с четным числом заполненных клеток. Это требование можно обойти введением клетки с нулевым заполнением.

Выводы по работе

- Разработан алгоритм построения контура с парным количеством вершин в таблице ЗЛП и соответствующим ей графе, с использованием принципа «один в строке, столбце».
- Любая сложность рассматриваемых контуров реализуется этим алгоритмом за счет обследования всех заполненных клеток таблицы.
- Определены условия существования рассматриваемых контуров и причины не возможности их построения.
- Использование алгоритма дает возможность упростить сложные, многокритериальные задачи за счет выделения распадающихся систем уравнений.
- Построение контуров в распределительном и методе потенциалов есть единственный критерий, по которому определяется глобальность найденного экстремума ТЗ.